

TRADUIT DU RUSSE

На французском языке

COPYRIGHT BY LES ÉDITIONS MIR
U.R.S.S. 1973

K 0223 - 379
041(01) - 73

TABLE DES MATIÈRES

Préface	7
Introduction	9
Chapitre I. Systèmes d'équations linéaires. Déterminants	15
§ 1. Méthode d'élimination successive des inconnues	15
§ 2. Déterminants du deuxième et du troisième ordre	23
§ 3. Permutations et substitutions	28
§ 4. Déterminants d'ordre n	37
§ 5. Mineurs et cofacteurs	45
§ 6. Calcul des déterminants	48
§ 7. Règle de Cramer	55
Chapitre II. Systèmes d'équations linéaires (théorie générale)	62
§ 8. Espace vectoriel à n dimensions	62
§ 9. Dépendance linéaire des vecteurs	65
§ 10. Rang d'une matrice	73
§ 11. Systèmes d'équations linéaires	80
§ 12. Systèmes d'équations linéaires homogènes	86
Chapitre III. Algèbre des matrices	92
§ 13. Multiplication des matrices	92
§ 14. Matrice inverse	98
§ 15. Addition des matrices et multiplication des matrices par un nombre	106
§ 16*. Théorie axiomatique des déterminants	109
Chapitre IV. Nombres complexes	114
§ 17. Ensemble des nombres complexes	114
§ 18. Suite de l'étude des nombres complexes	119
§ 19. Extraction de racine des nombres complexes	127
Chapitre V. Polynômes et leurs zéros	135
§ 20. Opérations sur les polynômes	135
§ 21. Diviseurs. Plus grand commun diviseur	140
§ 22. Zéros des polynômes	148
§ 23. Théorème fondamental	152
§ 24. Conséquences du théorème fondamental	161
§ 25*. Fractions rationnelles	167
Chapitre VI. Formes quadratiques	172
§ 26. Réduction d'une forme quadratique à la forme canonique	172
§ 27. Théorème d'inertie	180
§ 28. Formes quadratiques définies positives	186
Chapitre VII. Espaces vectoriels	190
§ 29. Définition d'un espace vectoriel. Isomorphisme	190
§ 30. Espaces à un nombre fini de dimensions. Bases	195
§ 31. Applications linéaires	200
§ 32*. Sous-espaces d'un espace vectoriel	208
§ 33. Racines caractéristiques et valeurs propres	213

Chapitre VIII. Espaces euclidiens	218
§ 34. Définition des espaces euclidiens. Bases orthonormales	218
§ 35. Matrices orthogonales, applications orthogonales	224
§ 36. Applications symétriques	229
§ 37. Réduction d'une forme quadratique à ses axes principaux. Couples de formes quadratiques	234
Chapitre IX. Calcul des zéros d'un polynôme	240
§ 38*. Equations des deuxième, troisième et quatrième degrés	240
§ 39. Limites des zéros	248
§ 40. Théorème de Sturm	254
§ 41. Autres théorèmes sur le nombre des zéros réels	260
§ 42. Calcul approché des zéros	267
Chapitre X. Champs et polynômes	274
§ 43. Anneaux et champs numériques	274
§ 44. Anneau	278
§ 45. Champ	284
§ 46*. Isomorphisme des anneaux (des champs). Unicité du champ des nombres complexes	290
§ 47. Algèbre linéaire et algèbre des polynômes sur un champ	294
§ 48. Décomposition des polynômes en facteurs irréductibles	299
§ 49*. Théorème d'existence d'un zéro	308
§ 50*. Champ des fractions rationnelles	316
Chapitre XI. Polynômes de plusieurs indéterminées	323
§ 51. Anneau des polynômes de plusieurs indéterminées	323
§ 52. Polynômes symétriques	332
§ 53*. Remarques complémentaires sur les polynômes symétriques	339
§ 54*. Résultant. Elimination d'une indéterminée. Discriminant	345
§ 55*. Seconde démonstration du théorème fondamental de l'algèbre des nombres complexes	357
Chapitre XII. Polynômes à coefficients rationnels	361
§ 56*. Réductibilité des polynômes sur le champ des nombres ration- nels	361
§ 57*. Zéros rationnels des polynômes à coefficients entiers	365
§ 58*. Nombres algébriques	369
Chapitre XIII. Forme normale des matrices	375
§ 59. Equivalence des λ -matrices	375
§ 60. λ -matrices unimodulaires. Matrices numériques semblables et équivalence de leurs matrices caractéristiques	382
§ 61. Forme normale de Jordan	391
§ 62. Polynôme minimal	400
Chapitre XIV. Groupes	405
§ 63. Définition et exemples de groupes	405
§ 64. Sous-groupes	411
§ 65. Sous-groupes distingués, groupes-quotients, homomorphismes	417
§ 66. Sommes directes de groupes abéliens	424
§ 67. Groupes abéliens finis	430
Index alphabétique	439

Le « Cours d'algèbre supérieure » du professeur Alexandre Kurosh que nous recommandons à l'attention du lecteur est la traduction en langue française d'une œuvre bien connue en Union Soviétique de cet auteur.

La connaissance de l'algèbre supérieure est nécessaire à la formation des étudiants qui veulent se consacrer aux mathématiques.

Le livre que nous présentons donne un moyen relativement rapide de passer de l'algèbre élémentaire aux méthodes abstraites de l'algèbre moderne.

Dans les six premiers chapitres l'auteur donne une étude détaillée des déterminants et des systèmes d'équations linéaires, introduit les nombres complexes et les opérations sur les matrices, développe la théorie des polynômes et des formes quadratiques.

Dans les chapitres VII et VIII l'auteur traite les notions primaires de l'algèbre linéaire. Nous voyons dans le chapitre X que l'algèbre linéaire, la théorie des polynômes et des fonctions rationnelles se généralisent au cas d'un champ de base quelconque. C'est à partir de ce chapitre que l'auteur introduit et utilise les méthodes de l'algèbre moderne. Le lecteur y rencontrera les notions très importantes d'anneau et de champs. Ces notions permettent de développer avec une grande généralité la théorie des polynômes de plusieurs indéterminées dont les coefficients sont des éléments d'un champ de base quelconque donné.

Puis on étudie les matrices polynomiales sur un champ de base quelconque qui sont utilisées pour l'élaboration de la théorie des matrices jordanienues. Le dernier chapitre est consacré à l'étude des groupes; il peut être considéré comme une introduction à la branche importante de l'algèbre moderne, dite « théorie des groupes ».