

## TABLE DES MATIÈRES

|                   |  |
|-------------------|--|
| Préface . . . . . |  |
|-------------------|--|

*Première partie*

## ESPACES VECTORIELS

|                                                       |  |
|-------------------------------------------------------|--|
| Chapitre 1. ENSEMBLES, ÉLÉMENTS, OPÉRATIONS . . . . . |  |
|-------------------------------------------------------|--|

|                                                                |  |
|----------------------------------------------------------------|--|
| 1. Ensembles et éléments . . . . .                             |  |
| 2. Opération algébrique . . . . .                              |  |
| 3. Opération inverse . . . . .                                 |  |
| 4. Relation d'équivalence . . . . .                            |  |
| 5. Segments orientés . . . . .                                 |  |
| 6. Addition des segments orientés . . . . .                    |  |
| 7. Groupes . . . . .                                           |  |
| 8. Anneaux et corps . . . . .                                  |  |
| 9. Multiplication d'un segment orienté par un nombre . . . . . |  |
| 10. Espaces vectoriels . . . . .                               |  |
| 11. Sommes et produits finis . . . . .                         |  |
| 12. Calculs approchés . . . . .                                |  |

|                                                       |  |
|-------------------------------------------------------|--|
| Chapitre 2. STRUCTURE DE L'ESPACE VECTORIEL . . . . . |  |
|-------------------------------------------------------|--|

|                                                                     |  |
|---------------------------------------------------------------------|--|
| 13. Combinaisons et enveloppes linéaires . . . . .                  |  |
| 14. Dépendance linéaire . . . . .                                   |  |
| 15. Systèmes équivalents de vecteurs . . . . .                      |  |
| 16. Base . . . . .                                                  |  |
| 17. Exemples simples des espaces vectoriels . . . . .               |  |
| 18. Espaces vectoriels des segments orientés . . . . .              |  |
| 19. Somme et intersection des sous-espaces . . . . .                |  |
| 20. Somme directe des sous-espaces . . . . .                        |  |
| 21. Isomorphisme des espaces vectoriels . . . . .                   |  |
| 22. Dépendance linéaire et systèmes d'équations linéaires . . . . . |  |

|                                                        |  |
|--------------------------------------------------------|--|
| Chapitre 3. MESURES DANS UN ESPACE VECTORIEL . . . . . |  |
|--------------------------------------------------------|--|

|                                                           |  |
|-----------------------------------------------------------|--|
| 23. Coordonnées affines . . . . .                         |  |
| 24. Autres systèmes de coordonnées . . . . .              |  |
| 25. Quelques applications . . . . .                       |  |
| 26. Produit scalaire . . . . .                            |  |
| 27. Espace euclidien . . . . .                            |  |
| 28. Orthogonalité . . . . .                               |  |
| 29. Longueurs, angles, distances . . . . .                |  |
| 30. Oblique, perpendiculaire, projection . . . . .        |  |
| 31. Isomorphisme euclidien . . . . .                      |  |
| 32. Espace unitaire . . . . .                             |  |
| 33. Dépendance linéaire et systèmes orthonormés . . . . . |  |

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 4. VOLUME D'UN SYSTÈME DE VECTEURS DANS UN ESPACE VECTORIEL . . . . . | 111 |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| 34. Produit vectoriel et mixte . . . . .                         | 111 |
| 35. Volume et volume orienté des systèmes de vecteurs . . . . .  | 116 |
| 36. Propriétés géométriques et algébriques d'un volume . . . . . | 119 |
| 37. Propriétés algébriques d'un volume orienté . . . . .         | 124 |
| 38. Permutations . . . . .                                       | 126 |
| 39. Existence d'un volume orienté . . . . .                      | 128 |
| 40. Déterminants . . . . .                                       | 130 |
| 41. Dépendance linéaire et déterminants . . . . .                | 136 |
| 42. Calcul des déterminants . . . . .                            | 138 |

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 5. DROITE ET PLAN DANS UN ESPACE VECTORIEL . . . . . | 140 |
|---------------------------------------------------------------|-----|

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| 43. Equations d'une droite et d'un plan . . . . . | 140 |
| 44. Disposition relative . . . . .                | 146 |
| 45. Plan dans un espace vectoriel . . . . .       | 150 |
| 46. Droite et hyperplan . . . . .                 | 153 |
| 47. Demi-espace . . . . .                         | 158 |
| 48. Systèmes d'équations linéaires . . . . .      | 161 |

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 6. LIMITE DANS UN ESPACE VECTORIEL . . . . . | 166 |
|-------------------------------------------------------|-----|

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 49. Espace métrique . . . . .                                     | 166 |
| 50. Espace complet . . . . .                                      | 168 |
| 51. Inégalités auxiliaires . . . . .                              | 171 |
| 52. Espace normé . . . . .                                        | 173 |
| 53. Convergence en norme et convergence par coordonnées . . . . . | 176 |
| 54. Espaces normés complets . . . . .                             | 179 |
| 55. Limite et calcul numérique . . . . .                          | 181 |

*Deuxième partie*

## OPÉRATEURS LINÉAIRES

|                                                        |     |
|--------------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 7. MATRICES ET OPÉRATEURS LINÉAIRES . . . . . | 185 |
|--------------------------------------------------------|-----|

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| 56. Opérateurs . . . . .                          | 185 |
| 57. Espace vectoriel des opérateurs . . . . .     | 188 |
| 58. Anneau des opérateurs . . . . .               | 191 |
| 59. Groupe des opérateurs non dégénérés . . . . . | 192 |
| 60. Matrice d'un opérateur . . . . .              | 196 |
| 61. Opérations sur les matrices . . . . .         | 200 |
| 62. Matrices et déterminants . . . . .            | 204 |
| 63. Changement de base . . . . .                  | 208 |
| 64. Matrices équivalentes et semblables . . . . . | 210 |

|                                                |     |
|------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 8. POLYNÔME CARACTÉRISTIQUE . . . . . | 214 |
|------------------------------------------------|-----|

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| 65. Valeurs propres et vecteurs propres . . . . .  | 214 |
| 66. Polynôme caractéristique . . . . .             | 217 |
| 67. Anneau des polynômes . . . . .                 | 219 |
| 68. Théorème fondamental de l'algèbre . . . . .    | 223 |
| 69. Conséquences du théorème fondamental . . . . . | 228 |

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| Chapitre 9. STRUCTURE D'UN OPÉRATEUR LINÉAIRE . . . . .         | 233 |
| 70. Sous-espaces invariants . . . . .                           | 233 |
| 71. Polynôme opératoirel . . . . .                              | 236 |
| 72. Forme triangulaire . . . . .                                | 238 |
| 73. Somme directe des opérateurs . . . . .                      | 240 |
| 74. Forme de Jordan . . . . .                                   | 244 |
| 75. Opérateur adjoint . . . . .                                 | 248 |
| 76. Opérateur normal . . . . .                                  | 253 |
| 77. Opérateurs unitaire et hermitien . . . . .                  | 256 |
| 78. Opérateurs $A^*A$ et $AA^*$ . . . . .                       | 260 |
| 79. Décompositions d'un opérateur arbitraire . . . . .          | 263 |
| 80. Opérateurs dans un espace réel . . . . .                    | 265 |
| 81. Matrices de formes spéciales . . . . .                      | 268 |
| Chapitre 10. PROPRIÉTÉS MÉTRIQUES D'UN OPÉRATEUR . . . . .      | 271 |
| 82. Opérateur continu et opérateur borné . . . . .              | 271 |
| 83. Norme d'un opérateur . . . . .                              | 273 |
| 84. Normes matricielles d'un opérateur . . . . .                | 277 |
| 85. Equations opératoireslles . . . . .                         | 281 |
| 86. Pseudo-solutions et opérateur pseudo-inverse . . . . .      | 282 |
| 87. Perturbation et non-dégénérescence d'un opérateur . . . . . | 286 |
| 88. Solution stable des équations . . . . .                     | 290 |
| 89. Perturbation et valeurs propres . . . . .                   | 296 |
| Chapitre 11. QUADRIQUES . . . . .                               | 300 |
| 90. Formes quadratiques . . . . .                               | 300 |
| 91. Hyperquadriques . . . . .                                   | 306 |
| 92. Coniques . . . . .                                          | 311 |
| 93. Quadriques . . . . .                                        | 319 |
| Index . . . . .                                                 |     |

### À NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient très reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur ce livre, sa traduction et sa présentation, ainsi que toute autre suggestion.

Notre adresse: Editions Mir

2, Pervi Rijski péréou-  
lok, Moscou, I-410, GSP,  
U.R.S.S.