

TABLE DES MATIÈRES

	pages
<u>CONTENTS</u>	10
<u>AVANT PROPOS DE LA SECONDE EDITION</u>	11
<u>AVANT PROPOS DE LA PREMIERE EDITION</u>	12
<u>Chapitre 1 : INTRODUCTION</u>	15
1. Utilité et limitation des méthodes numériques	15
2. Développement en série de Taylor	16
<u>Chapitre 2 : RESOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS. INVERSION DE MATRICES.</u>	18
1. Introduction	18
2. Méthode du pivot	21
2.1. Exposé de la méthode	21
2.2. Méthode de Gauss-Jordan : procédure	23
2.3. Méthode de Gauss	26
2.4. Cas des matrices bandes	27
2.5. Matrices tridiagonales : double balayage	29
3. Inversion de matrices	32
4. Méthodes itératives	34
4.1. Méthode de Jacobi	34
4.2. Méthode de Gauss-Seidel	34
4.3. Facteur de relaxation	36
5. Méthode de Crout : décomposition L-R	38
6. Systèmes surdéterminés	41
7. Systèmes homogènes	44
8. Calcul d'un déterminant	48
8.1. Méthode générale	48
8.2. Cas des matrices tridiagonales	49
9. Conditionnement d'un système linéaire	50
9.1. Définition	50
9.2. Effet d'un mauvais conditionnement	53
9.3. Résolution d'un système mal conditionné	53
10. Systèmes d'équations non linéaires	54
10.1. Méthode itérative	54
10.2. Méthode de Newton-Raphson	54
11. Méthodes de descente	56
11.1. Principe	56
11.2. Formulation générale des méthodes de descente	57
11.3. Méthode du gradient (de la plus grande pente)	58
11.4. Méthode du gradient conjugué	58
<u>Chapitre 3 : METHODES D'APPROXIMATION PAR COLLOCATION INTERPOLATION ET EXTRAPOLATION</u>	59
1. Introduction	59
2. Forme polynomiale développée en puissances de x	60
2.1. Calcul des coefficients du développement	60

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

© Masson, Paris, 1983, 1985

ISBN : 2-225-80554-7

MASSON S.A.
MASSON PUBLISHING U.S.A. Inc.
MASSON S.A.
MASSON ITALIA EDITORI S.p.A.
MASSON EDITORES
EDITORIA MASSON DO BRASIL Ltda

120, Bd Saint-Germain, 75280 Paris Cedex 06
211 East, 43 rd Street, New York, N.Y. 10017
Balma 151, Barcelona 8
Via Giovanni Pascoli 55, 20133 Milano
Dakota 383, Colonia Napoles, 03810 Mexico DF
Rua Borges Lagoa 1044, CEP/04038 São Paulo S.P.

2.2. Interpolation, schéma de Horner	61
2.3. Interpolation par division synthétique	62
2.4. Limitation de l'approximation polynômiale	64
3. Forme polynômiale de Newton	65
3.1. Différences divisées	65
3.2. Calcul des différences divisées	67
3.3. Calcul de l'interpolation	68
4. Forme polynômiale de Lagrange	71
4.1. Expression du polynôme d'interpolation	71
4.2. Erreur d'interpolation et choix optimal des x_j	72
4.3. Approximation parabolique	72
4.4. Algorithme de Aitken	73
5. Interpolation polynômiale de Newton sur un pas constant	76
5.1. Différences à droite, formule de Gregory-Newton	76
5.2. Différences à gauche, formule de Gregory-Newton	78
5.3. Différences centrées sur base entière	79
5.4. Différences centrées sur base demi-entière	81
5.5. Utilisation des formules d'interpolation	82
6. Utilisation de polynômes orthogonaux	83
6.1. Principe de la méthode	83
6.2. Interpolation de Tchebychev	84
6.3. Interpolation par polynômes pseudo-orthogonaux	86
7. Interpolation par fractions continues et rationnelles	86
7.1. Interpolation par fraction continue limitée	86
7.2. Interpolation par fraction rationnelle	89
8. Interpolation cubique	91
9. Cas des fonctions périodiques	94
10. Extrapolation	96
11. Interpolation de fonctions de deux variables	96
11.1. Polynômes d'interpolation	96
11.2. Interpolation sur 4 points	97
11.3. Interpolation sur 9 points	100
11.4. Interpolation sur n points quelconques	102
11.5. Eléments de référence	106
11.6. Erreur d'approximation	112

Chapitre 4 : APPROXIMATION PAR LES MOINDRES CARRÉS. LISSAGE DE COURBES.

1. Principe de la méthode	114
2. Approximation polynômiale : forme développée en puissances de x	116
2.1. Méthode générale	116
2.2. Droite de régression, ou droite des moindres carrés	117
2.3. Approximation parabolique sur 5 points	119
3. Approximation polynômiale par des polynômes orthogonaux	120
3.1. Principe	120
3.2. Choix des polynômes	121
4. Approximation des moindres carrés en valeur relative	122

Chapitre 5 : DERIVÉE D'UNE FONCTION

1. Position du problème	123
2. Dérivée d'un polynôme par division synthétique	123
3. Dérivée d'un polynôme par les différences divisées	125

4. Cas d'un pas constant : relations du type Gregory-Newton	127
4.1. Utilisation des différences à droite (ou progressives)	127
4.2. Utilisation des différences à gauche (ou régressives)	130
4.3. Utilisation des différences centrées	132
5. Utilisation de polynômes orthogonaux	134
6. Calcul des dérivées dans l'approximation par les moindres carrés	134
7. Incertitude sur le calcul de la dérivée	135

Chapitre 6 : RACINES D'EQUATIONS

1. Introduction	137
2. Bissection	138
3. Méthode de Newton	138
3.1. Principe de la méthode	139
3.2. Cas des racines multiples	139
4. Méthode de la sécante	140
5. Utilisation de l'interpolation inverse	141
6. Racines d'un polynôme (méthode de Bairstow)	142
7. Recherche des extrema d'une fonction	145
7.1. Méthode de Gauss-Seidel	145
7.2. Méthode du gradient (de la plus grande pente)	146
7.3. Méthode du gradient conjugué	146
7.4. Méthode de Raphson-Newton	147

Chapitre 7 : VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES DE MATRICES CARRÉES.

1. Rappels de notions fondamentales	148
2. Vecteur propre correspondant à une valeur propre connue	151
3. Valeurs propres, résolution de l'équation caractéristique	152
3.1. Détermination de $P_n(\lambda)$ point par point	152
3.2. Détermination de $P_n(\lambda)$: méthode de Krylov	152
3.3. Détermination de $P_n(\lambda)$: méthode de Souriau	153
4. Méthode de la puissance itérée	154
4.1. Principe : calcul de la plus grande valeur propre	154
4.2. Déflation de la matrice	157
5. Méthodes utilisant les matrices semblables	160
5.1. Définitions et propriétés des matrices semblables	160
5.2. Méthode de Rutishauser (algorithme L-R)	161
5.3. Méthode de Householder	162

Chapitre 8 : METHODES NUMERIQUES D'INTEGRATION

1. Méthode des trapèzes	166
2. Méthode de Simpson	168
3. Formules de Newton-Cotes	171
4. Méthode de Romberg	172
4.1. Principe	172
4.2. Procédure	173
5. Méthode de Gauss	176
6. Intégration sur un pas quelconque	180
6.1. Méthode générale	180
6.2. Méthode sur trois points	181

7. Problèmes posés par les limites infinies	182
7.1. Intégration sur un domaine infini	182
7.2. Singularités de l'intégrande	183

Chapitre 9 : RESOLUTION D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES 186

1. Introduction	186
1.1. Problèmes aux conditions initiales	186
1.2. Problèmes aux conditions aux limites	189
2. Méthode d'Euler	190
2.1. Exposé de la méthode	190
2.2. Erreur de troncature	191
2.3. Convergence et stabilité	193
3. Formules de Runge-Kutta : méthode à pas unique	194
3.1. Formule d'ordre 2	194
3.2. Formule d'ordre 4	195
4. Méthodes d'Adams : méthodes à pas multiple	196
4.1. Formules d'Adams ouvertes	196
4.2. Formules d'Adams fermées	199
5. Méthodes de prédicteur-correcteur	201
6. Problèmes avec conditions aux limites : méthode de tir	203
6.1. Exposé de la méthode de tir	204
6.2. Cas des équations différentielles linéaires	205
6.3. Exemple de système d'équations	206
6.4. Equations non linéaires	207
7. Problèmes avec conditions aux limites : méthode matricielle : équations différentielles du second ordre	208
7.1. Conditions aux limites portant sur la fonction $y(x)$	209
7.2. Conditions aux limites portant sur la dérivée dy/dx	211
7.3. Méthode matricielle : récapitulation des résultats	212
7.4. Equations non linéaires	213
7.5. Equations avec conditions initiales	214

Chapitre 10 : EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES 216

1. Introduction	216
2. Expressions des dérivées partielles	217
3. Conditions aux limites	219
3.1. Cas où le contour suit le maillage	219
3.2. Cas d'un contour quelconque	220
4. Equations du 1er ordre : méthode des caractéristiques	222
4.1. Courbes caractéristiques	222
4.2. Exemples et problèmes liés aux conditions aux limites	224
4.3. Méthode numérique d'intégration	229
4.4. Systèmes d'équations du premier ordre	232
5. Généralités sur les équations du second ordre	234
6. Equations paraboliques	237
6.1. Méthode explicite	238
6.2. Méthode implicite	240
6.3. Méthode de Crank-Nicholson	242
7. Equations elliptiques	244
7.1. Expression à l'aide des différences finies	244
7.2. Méthode de résolution directe	247

7.3. Méthode itérative de Gauss-Seidel	249
7.4. Méthode itérative du double balayage de Choleski	250
7.5. Equipotentiels et lignes de champ	252
8. Equations hyperboliques	256
8.1. Considérations générales	256
8.2. Méthode des différences	258
8.3. Méthode des caractéristiques	262

Chapitre 11 : METHODE DES ELEMENTS FINIS 273

1. Introduction	273
2. Méthode des résidus pondérés	274
3. Forme intégrale des équations aux dérivées partielles	278
3.1. Méthode des résidus pondérés	278
3.2. Intégration par parties (forme intégrale faible)	279
3.3. Discrétisation des formes intégrales	281
4. Forme matricielle élémentaire	283
4.1. Forme intégrale de l'équation à résoudre	283
4.2. Discrétisation	286
4.3. Utilisation des éléments de référence	287
5. Assemblage des matrices élémentaires	291
6. Résolution du système, conditions aux limites	295
7. Avantages et inconvénients de la méthode	299

Chapitre 12 : METHODES DE MONTE CARLO 301

1. Présentation des méthodes de Monte Carlo	301
2. Nombres aléatoires et pseudo aléatoires	303
2.1. Distributions rectangulaires	303
2.2. Distributions quelconques : méthode directe	305
2.3. Distributions quelconques : méthode du rejet	308
3. Calculs d'intégrales	309
3.1. Principe du calcul	309
3.2. Echantillonnages simple et stratifié	310
3.3. Transformations antithétiques	312
3.4. Autres méthodes de réduction de variance	314
3.5. Calcul d'intégrales multiples	315
4. Simulation de trajectoires avec collisions	316
4.1. Principe de la méthode	316
4.2. Illustration concrète de la méthode	318
5. Conclusion	325

BIBLIOGRAPHIE 326

INDEX DES MATIERES 327