

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	5
Chapitre 0. Rappels et compléments	7
0.0 Notations. Rappels	7
0.1 Algèbre extérieure	9
0.2 Calcul différentiel	15
0.3 Formes différentielles sur un ouvert d'un espace vectoriel	24
0.4 Intégration	32
0.5 Exercices	35
Chapitre 1. Equations différentielles	36
1.1 Généralités	37
1.2 Equations différentielles indépendantes du temps : existence de solutions locales	39
1.3 Etude de l'unicité globale. Coulee globale.	45
1.4 Champs de vecteurs dépendant du temps, champs de vecteurs dépendant d'un paramètre	49
1.5 Unicité et coulee globale pour les champs de vecteurs dépendant du temps	51
1.6 Culture et équations linéaires	52
Chapitre 2. Variétés différentielles	55
2.1 Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$	56
2.2 Variétés abstraites	62
2.3 Morphismes	70
2.4 Revêtements, quotients	76
2.5 Espaces tangents	84
2.6 Sous-variétés, immersions, submersions, plongements	96
2.7 Fibrés normaux, unitaires ; tubes	101
2.8 Exercices	107
Chapitre 3. Partitions de l'unité. Densités. Courbes	114
3.1 Plongement des variétés compactes	115
3.2 Partitions de l'unité	117
3.3 Densités sur une variété	121
3.4 Classification des variétés connexes de dimension un	127
3.5 Champs de vecteurs et équations différentielles sur les variétés	131
3.6 Exercices	136

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 4. Points critiques	13
4.1 Définitions, exemples	13
4.2 Points critiques non dégénérés d'une fonction numérique. Réduction de Morse	14
4.3 Théorème de Sard	15
4.4 Exercices	15
Chapitre 5. Calcul différentiel sur les variétés	15
5.1 Le fibré T^*X	15
5.2 Formes différentielles sur une variété	15
5.3 Formes de degré maximum et orientation	16
5.4 Groupes de de Rham	18
5.5 Dérivée de Lie	18
5.6 Ouverts étoilés ; lemme de Poincaré.	19
5.7 Groupes de de Rham des sphères et des projectifs	19
5.8 Groupes de de Rham des tores	19
5.9 Exercices	20
Chapitre 6. Calcul intégral sur les variétés	20
6.1 Intégrale d'une d -forme sur une variété orientée de dimension d	20
6.2 Théorème de Stokes	21
6.3 Premières applications du théorème de Stokes	21
6.4 Forme volume canonique d'une sous-variété orientée d'un espace euclidien	22
6.5 Volume d'une sous-variété orientée d'un espace euclidien	22
6.6 Densité canonique d'une sous-variété d'un espace euclidien	23
6.7 Volume des tubes I : compléments sur les formes volumes	23
6.8 Volume des tubes II	24
6.9 Volume des tubes III	25
6.10 Exercices	25
Chapitre 7. Théorie du degré	26
7.1 Lemmes préliminaires	26
7.2 Détermination de $R^d(X)$	27
7.3 Degré	27
7.4 Invariance du degré par homotopie. Applications	27
7.5 Volume des tubes (fin) et formule de Gauss-Bonnet	28
7.6 Degré des applications appartenant à $C^0(S^1; S^1)$	28
7.7 Indice d'un champ de vecteurs sur une variété abstraite	29
7.8 Exercices	29
Chapitre 8. Courbes. Théorie locale	30
8.0 Introduction	30
8.1 Définitions	30
8.2 Invariants affines : tangente, plan osculateur, concavité	30
8.3 Longueur, l. a. paramétrisations d'une courbe d'un espace euclidien ..	31
8.4 Courbure d'une courbe d'un espace euclidien	31
8.5 Courbure algébrique d'une courbe plane orientée dans un plan orienté euclidien	32
8.6 Torsion des courbes birégulières d'un espace euclidien de dimension 3 ..	32
8.7 Exercices	33

Chapitre 9. Courbes planes. Théorie globale	334
9.1 Définitions	335
9.2 Théorème de Jordan	339
9.3 L'inégalité isopérimétrique	345
9.4 Nombre d'enroulement d'une courbe plane	348
9.5 Turning tangent theorem ou Umlaufsatz	353
9.6 Convexité globale	357
9.7 Théorème des quatre sommets	361
9.8 La formule de Fabricius-Bjerre-Halpern	364
9.9 Exercices	372
Bibliographie	375
Index terminologique	376
Index des notations	380
Table des matières	382