

Table des Matières

I Cours

1 Espaces topologiques	9
1 Espaces topologiques	9
2 Notion de voisinage	10
3 Notion d'adhérence	11
4 Points d'accumulation et Points isolés	12
5 Densité	12
6 Intérieur, extérieur et frontière	13
7 Sous-espaces d'un espace topologique	14
8 Produit d'espaces topologiques	15
9 Espaces quotients	16
10 Propriétés de séparation	16
11 Bases d'une topologie	18
12 Axiomes de dénombrabilité	19
2 Limites et Continuité	21
1 Suites et suites généralisées	21
2 Filtre. Base de filtre	22
3 Convergence d'une base de filtre.	24
4 Points adhérents à une base de filtre. Valeurs d'adhérence d'une application	26
5 Continuité	26
6 Homéomorphismes	28
7 Topologies initiales	30
8 Topologies finales	31
9 Propriétés de séparation utilisant les fonctions	32
10 Prolongement par continuité	32
3 Espaces compacts. Espaces connexes	33
1 Espaces compacts	33
2 Propriétés des espaces compacts	35
3 La droite numérique achevée et compacité	37
4 Espaces localement compacts	38
5 Autres notions de compacité.	39
6 Espaces connexes	40
Composantes connexes	41

8	Espaces localement connexes	
9	Espaces connexes par arcs	
10	Espaces enchaînés	

4 Propriétés des espaces métriques

1	Espaces uniformes	
2	Notion d'écart	
3	Distance entre deux ensembles	
4	Diamètre d'un ensemble	
5	Suites et espaces métriques	
6	Applications uniformément continues	
7	Equicontinuité. Equicontinuité uniforme	
8	Espaces métriques complets	

5 Théorèmes fondamentaux de la topologie générale

1	Théorème du point fixe	
2	Convergence simple. Convergence uniforme. Théorème de Dini	
3	Théorème d'Ascoli	
4	Théorème de Stone-Weierstrass	

6 Espaces de Banach. Espaces de Hilbert

1	Espaces normés	
2	Convexité et connexité	
3	Sous-espaces. Espace produit. Espace quotient	
4	Applications linéaires continues	
5	Applications linéaires bicontinues	
6	Espaces de Banach	
7	Séries. Familles sommables	
8	Familles sommables dans un espace normé	
9	Familles sommables de nombres réels et complexes	
10	Espaces préhilbertiens	
11	Orthogonalité	
12	Espaces préhilbertiens séparés. Produit scalaire et norme	
13	Espaces de Hilbert	
14	Familles orthogonales. Bases orthonormales	
15	Relation de Parseval et inégalité de Bessel	
16	Applications linéaires continues entre espaces de Hilbert	

II Exercices

1	Topologie de $\mathbb{R}^n$	
2	Espaces topologiques	
3	Filtres et Continuité	
4	Espaces compacts et espaces connexes	
5	Propriétés et théorèmes fondamentaux des espaces métriques	
6	Espaces vectoriels normés et espaces de Hilbert	