تفصيل درسنا هندسياً السطوح الدورانية والسطوح المسطرة وسطوح الدرجة
ية بصفة عامة.

نسأل الله التوفيق والسداد وعمل الخير لرفعة مصرنا الحبيبة.

وما توفيقي إلا بالله

أ.د/ نصار السُلمي

المحتـــويات

الموضـــوع	الصفحة
الباب الأول : المتجهات في الفراغ	
(١.١) الفراغ الأقليدي	١
(٢.١) تحليل المتجهات	٧
(٣.١) الدالة الاتجاهية في متغير واحد	١٩
تمارين (١)	٢٣
الباب الثاني : المستوى والمستقيم في الفراغ	
(١.٢) المستوى في الفراغ	٢٦
(١.١.٢) معادلة المستوى في الصورة العمودية	٢٦
(٢.١.٢) المستوى بدلالة نقطة ويحتوي على اتجاهين	٢٨
(٣.١.٢) علاقة متجه بمستوى	٣١
(٤.١.٢) المعادلات البارامترية للمستوى	٣٥
(٥.١.٢) حزمة المستويات	٣٧
(٦.١.٢) بعد نقطة عن مستوى	٣٨
(٧.١.٢) الوضع المتبادل لمستويين في الفراغ	٤٠
(٨.١.٢) الوضع المتبادل لثلاث مستويات في الفراغ	٤١
(٢.٢) الخط المستقيم في الفراغ E^3	٤٤
(١.٢.٢) الوضع المتبادل لمستقيمين في الفراغ	٤٧
(٢.٢.٢) الوضع المتبادل للمستوى والمستقيم	٤٨
(٣.٢.٢) المستقيم كخط تقاطع مستويين	٤٩
(٤.٢.٢) معادلات خط أقصر بعد بين مستقيمين	٥١

الموضـــوع	الصفحة
(٥.٢.٢) تطبيقات على تحليل المتجهات	٥٦
تمارين (٢)	٦٠
الباب الثالث : سطوح الدرجة الثانية	
(١.٣) مقدمة	٦٤
(٢.٣) السطوح الدورانية	٦٧
(٣.٣) سطوح الدرجة الثانية الدورانية	٧٠
(١.٣.٣) مجسم القطع الناقص الدوراني	٧٠
(٢.٣.٣) المجسم الزائدي الدوراني	٧٢
(٣.٣.٣) الجسم المكافئ الدوراني	٧٥
(٤.٣.٣) الأسطوانة الدائرية القائمة	٧٦
(٥.٣.٣) رسم السطح الممثل بمعادلة في متغيرين في الفراغ	٧٧
(٦.٣.٣) انكماش وانبعاج السطوح	٨٠
تمارين (٣)	٨٢
الباب الرابع : مقاطع سطوح الدرجة الثانية	
(١.٤) مقدمة	٨٦
(٢.٤) تصنيف المحال الهندسية المقابلة لمعادلة الدرجة الثانية	٨٩
(٣.٤) رسم السطوح في الفراغ	١٠١
(٤.٤) تطبيقات (المنحنيات المتوازية)	١٠٨
تمارين (٤)	١١٠

الموضـــوع	الصفحة
الباب الخامس : المستويات الأساسية لسطوح الدرجة الثانية	
(١.٥) تحويل الانتقال	١١٣
(٢.٥) تحويل الدوران	١١٥
(٣.٥) المستويات الأساسية لسطوح الدرجة الثانية	١١٧
تمارين (٥)	١٢٤
الباب السادس : التحويلات الخطية وسطوح الدرجة الثانية	
(١.٦) تصنيف سطوح الدرجة الثانية باستخدام القيم الذاتية	١٢٥
(٢.٦) تصنيف سطوح الدرجة الثانية دون حساب القيم الذاتية	١٣٦
تمارين (٦)	١٤٠
الباب السابع : السطوح المسطرة	
(١.٧) السطوح المسطرة العامة	١٤١
(٢.٧) رواسم سطوح الدرجة الثانية المسطرة	١٤٤
(٣.٧) المخروط العام	١٥٣
تمارين (٧)	١٥٩
الباب الثامن : الإحداثيات الكروية والأسطوانية	
(١.٨) مقدمة	١٦١
(٢.٨) التأويل الهندسي للإحداثيات الأسطوانية	١٦٧
(٣.٨) التأويل الهندسي للإحداثيات الكروية	١٧٠
تمارين (٨)	١٧٣

الموضـــوع	الصفحة
الباب التاسع : سطح الكرة	
(١.٩) مقدمة	١٧٥
(٢.٩) الدائرة	١٧٨
(٣.٩) عائلة الكرات	١٨١
(٤.٩) قوة النقطة بالنسبة إلى الكرة	١٨٣
(٥.٩) زاوية تقاطع كرتين	١٨٧
(٦.٩) المستوى الأساسي	١٨٩
(٧.٩) عائلات الكرات متحدة المركز	١٩١
(٨.٩) غلاف الكرة	١٩٥
تمارين (٩)	١٩٨
المراجع	٢٠٢

الباب الأول
المتجهات في الفراغ

(١.١) الفراغ الاقليدي E^3 : Euclidean space

دون الخوض في تفاصيل أنواع الفراغات والتي أمكن تصنيفـــها إلى نوعـــين رئيسين أقليدي وغير أقليدي وببساطة شديدة يمكننا تعريف الفـــراغ الاقليـــدي ذو الثلاث أبعاد والذي يرمز له بالرمز E^3 على أنه جميع النقاط الهندسية $\{P\}$ والتي تمثل من خلال مجموعة كل الثلاثيات (x^1,x^2,x^3) وباختصار (x^i) وهذا يعطـــى مـــن خلال راسم تناظر أحادي $R^3 = R\times R\times R \to E^3$

أي كل نقطة هندسية P يمكن تمثيلها كالآتي :

$$P \equiv (x^i), i = 1,2,3, \forall\, x^i \in R$$

حيث R مجموعة الأعداد الحقيقية.

فئة النقاط $\{X \equiv (x^i)\}$ يعرف عليها دالة القياس لهذا الفراغ وهي

$$\langle x, x\rangle = \sum_{i=1}^{3} (x^i)^2$$

ومنها يعرف البعد بين نقطتين x,y كالآتي :ـــ

$$\langle x - y, x - y\rangle^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{i=1}^{3} (x^i - y^i)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (*)$$

ومن هذا العرض نكون قد عرفنا الفراغ الثلاثي الإقليدي بأسلوب بســـيط والـــذي تحقق فيه خاصية التوازي المعروفة، وبأسلوب أكثر دقة يعـــرف الفـــراغ الثلاثـــي الاقليدي على أنه فراغ اتجاهي معياري بعده 3 معرف على حقـــل الأعـــداد الحقيقية وله أساس معياري متعامد.