



Ce logo a pour objet d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, tout particulièrement dans le domaine universitaire, le développement massif du « photocopillage ».

Cette pratique qui s'est généralisée, notamment dans les établissements d'enseignement, provoque une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que la reproduction et la vente sans autorisation, ainsi que le recel, sont passibles de poursuites. Les demandes d'autorisation de photocopier doivent être adressées à l'éditeur ou au Centre français d'exploitation du droit de copie : 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 43 26 95 35.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays.

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur, est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle).

© Masson, Paris, 1994

ISBN : 2-225-84642-1

ISSN : 0756-2497

MASSON S.A.
MASSON S.p.A.
MASSON S.A.

120, bd Saint-Germain, 75280 Paris Cedex 06
Via Statuto 2/4, 20121 Milano
Avenida Principe de Asturias 20, 08012 Barcelona

TABLE DES MATIÈRES

(see Contents page vii)

1. Structure d'ordre et treillis	1
1.1. Structure d'ordre	1
1.1.1. Relation d'ordre	1
1.1.2. Graphe d'ordre	3
1.2. Treillis	4
1.2.1. Définition et exemples	4
1.2.2. Différents types de treillis	5
1.3. Algèbre de Boole, calcul booléen	6
1.3.1. Algèbre de Boole	6
1.3.2. Isomorphisme entre un treillis booléen et $P(E)$	8
1.4. Fonction booléenne	10
1.4.1. Introduction	10
1.4.2. Forme canonique des fonctions booléennes	13
1.4.3. Formes canoniques et réalisation de circuits	15
1.4.4. Simplification des fonctions booléennes	17
1.4.5. Méthodes de recherche des monômes premiers	18
1.5. Exercices	21
1.5.1. Exercices sur les structures d'ordre	21
1.5.2. Exercices sur les treillis	26
1.5.3. Exercices sur les algèbres de Boole et le calcul booléen	32
1.5.4. Exercices sur les fonctions booléennes	33
2. Logique	41
2.1. Systèmes formels	41
2.1.1. Définition des systèmes formels	42
2.1.2. Interprétation	43
2.2. Calcul propositionnel	44
2.2.1. Langage propositionnel (syntaxe)	44
2.2.2. Calcul des propositions (sémantique)	45
2.2.3. Système formel de la logique des propositions	48
2.2.4. Méthode de résolution de Robinson	49
2.3. Calcul des prédicats du premier ordre	51
2.3.1. Langage des prédicats du premier ordre	51
2.3.2. Variables libres ou liées	53
2.3.3. Interprétation du calcul des prédicats	54
2.3.4. Système formel de la logique des prédicats	56
2.4. Principe de résolution et Prolog	57
2.4.1. Principe de résolution en calcul des prédicats	58
2.4.2. Le langage Prolog	61
2.5. Exercices	64
2.5.1. Exercices sur les systèmes formels	64
2.5.2. Exercices sur le calcul propositionnel	67
2.5.3. Exercices sur le calcul des prédicats	74
2.5.4. Exercices sur le principe de résolution et Prolog	78
3. Relations n-aires	87
3.1. Relation n-aire	87

3.1.1.	Définition d'une relation n-aire	87
3.1.2.	Relation n-aire non orientée	89
3.2.	Opérations sur les relations n-aires	91
3.2.1.	Définitions des opérations	91
3.2.2.	Projection	94
3.2.3.	Sélection	95
3.3.	Dépendance fonctionnelle et clé	96
3.3.1.	Dépendance fonctionnelle	96
3.3.2.	Clés	97
3.4.	Exercices	99
4.	Théorie des langages	109
4.1.	Structure de monoïde	109
4.1.1.	Définition	110
4.1.2.	Trois propriétés des monoïdes	110
4.1.3.	Sous-monoïde	111
4.2.	Langages et grammaires	112
4.2.1.	Algorithme, machine et langage	112
4.2.2.	Syntaxe d'un langage	113
4.2.3.	Sémantique d'un langage	113
4.3.	Grammaires	114
4.3.1.	Définition	114
4.3.2.	Notion de dérivation	115
4.3.3.	Grammaires régulières et hors contexte	117
4.3.4.	Propriétés sur les grammaires	119
4.4.	Automates	121
4.4.1.	Automates à états finis	121
4.4.2.	Automates à états finis déterministes	123
4.4.3.	Expressions régulières	125
4.4.4.	Automates à pile	128
4.5.	Introduction à la compilation	132
4.6.	Exercices	142
4.6.1.	Exercices sur la structure de monoïde	142
4.6.2.	Exercices sur les grammaires	147
4.6.3.	Exercices sur les automates et les expressions régulières	157
5.	Graphes	171
5.1.	Listes, piles, files et arbres	171
5.1.1.	Listes	171
5.1.2.	Piles	172
5.1.3.	Files	175
5.1.4.	Arbres	177
5.2.	Graphes	178
5.2.1.	Graphes orientés	184
5.2.2.	Graphes non orientés	184
5.3.	Algorithmes sur les graphes	190
5.3.1.	Problème du plus court chemin	193
5.3.2.	Algorithme de Moore-Dijkstra	194
5.3.3.	Applications en ordonnancement	197
5.3.4.	Cycles et chaînes euliériens	201
5.4.	Exercices	203
5.4.1.	Exercices sur les listes, les piles, et les files	203
5.4.2.	Exercices sur les arbres	208
5.4.3.	Exercices sur les graphes	214
5.4.4.	Exercices sur les algorithmes sur les graphes	223
Bibliographie		233
Index		235

CONTENTS

1.	Ordered sets and lattices	1
1.1.	Ordered sets	1
1.1.1.	Order relations	3
1.1.2.	Graph of an order relation	4
1.2.	Lattices	4
1.2.1.	Definition and example	5
1.2.2.	Some types of lattices	6
1.3.	Boolean algebras, Boolean calculus	6
1.3.1.	Boolean algebras	8
1.3.2.	Isomorphism between a Boolean lattice and the power set $P(E)$	10
1.4.	Boolean functions	10
1.4.1.	Introduction	13
1.4.2.	Canonical factors	15
1.4.3.	Canonical factors and circuit design	17
1.4.4.	Simplifying Boolean functions	18
1.4.5.	Prime factors of a Boolean function	21
1.5.	Exercises	21
1.5.1.	Exercises on ordered sets	26
1.5.2.	Exercises on lattices	32
1.5.3.	Exercises on Boolean algebras and Boolean calculus	33
1.5.4.	Exercises on Boolean functions	41
2.	Logic	41
2.1.	Formal systems	42
2.1.1.	Definition of a formal system	43
2.1.2.	Interpretation	44
2.2.	Statement logic	44
2.2.1.	Syntax	45
2.2.2.	Semantics	48
2.2.3.	The formal system of statement logic	49
2.2.4.	Robinson's resolution principle	51
2.3.	Predicate logic	51
2.3.1.	Syntax	53
2.3.2.	Bound and free variables	54
2.3.3.	Semantics	56
2.3.4.	The formal system of predicate logic	57
2.4.	Robinson's resolution principle and Prolog	58
2.4.1.	Robinson's resolution principle for predicate logic	61
2.4.2.	Prolog language	64
2.5.	Exercises	64
2.5.1.	Exercises on formal systems	67
2.5.2.	Exercises on statement logic	74
2.5.3.	Exercises on predicate logic	74
2.5.4.	Exercises on Robinson's resolution principle and Prolog	78
3.	n-ary relations	87
3.1.	n-ary relations	87
3.1.1.	Definition of an n-ary relation	87
3.1.2.	Non oriented n-ary relations	89

3.2. Operations on n -ary relations	91
3.2.1. Definition of some operations	91
3.2.2. Projection	94
3.2.3. Selection	95
3.3. Functional dependencies and keys	96
3.3.1. Functional dependencies	96
3.3.2. Keys	97
3.4. Exercises	99
4. Languages	109
4.1. Monoid structures	109
4.1.1. Definition	110
4.1.2. Three properties of monoids	110
4.1.3. Submonoids	111
4.2. Languages and grammars	112
4.2.1. Algorithm, machine and language	112
4.2.2. Syntax of a language	113
4.2.3. Semantics of a language	113
4.3. Grammars	114
4.3.1. Definition	114
4.3.2. Notion of derivation	115
4.3.3. Regular and context free grammars	117
4.3.4. Some properties of grammars	119
4.4. Automata	121
4.4.1. Finite automata	121
4.4.2. Deterministic finite automata	123
4.4.3. Regular languages	125
4.4.4. Pushdown automata	128
4.5. Introduction to compilers	132
4.6. Exercises	142
4.6.1. Exercises on monoid structures	142
4.6.2. Exercises on grammars	147
4.6.3. Exercises on automata and regular languages	157
5. Graphs	171
5.1. Lists, stacks, queues and trees	171
5.1.1. Lists	172
5.1.2. Stacks	175
5.1.3. Queues	177
5.1.4. Trees	178
5.2. Graphs	184
5.2.1. Directed graphs	184
5.2.2. Non-directed graphs	190
5.3. Algorithms	193
5.3.1. Shortest path problem	193
5.3.2. Moore-Dijkstra's algorithm	194
5.3.3. Application to time-scheduling problems	197
5.3.4. Euler circuit and chain	201
5.4. Exercises	203
5.4.1. Exercises on lists, stacks, queues and trees	203
5.4.2. Exercises on trees	208
5.4.3. Exercises on graphs	214
5.4.4. Exercises on algorithms	223
References	233
Index	235

AVANT-PROPOS

La conception et la réalisation de systèmes informatiques requièrent des compétences en mathématiques discrètes et en logique. Or l'apprentissage de ces méthodes ne nécessite pas d'importantes connaissances initiales. Il était donc concevable de réaliser un ouvrage "autosuffisant" permettant au néophyte d'acquérir les compétences essentielles et au débutant d'affermir ses savoirs.

Cet ouvrage est le prolongement d'un cours de mathématiques pour l'informatique enseigné au département Informatique de l'Institut Universitaire de Technologie de Nantes. Au cours initial ont été ajoutées de nombreuses illustrations et des exercices corrigés avec précision. La démarche employée est adaptée à un public hétérogène, donc la plus progressive possible. Elle a déjà fait ses preuves et s'est avérée être un support pédagogique fructueux permettant aux étudiants de travailler en toute autonomie. Il en sera de même, nous n'en doutons pas, pour le lecteur qui suivra progressivement l'exposé du cours, observera les exemples qui l'accompagnent et appliquera les méthodes sur les exercices qui s'y rapportent systématiquement.

L'exposé est divisé en cinq parties qui, hormis quelques points de détail, sont indépendantes les unes des autres. Le lecteur peut donc les aborder au gré de son intérêt et de ses besoins. L'ouvrage n'étant pas destiné à un approfondissement de notions théoriques, le cours est uniquement composé de définitions, de propriétés et d'illustrations par des exemples. Il n'y a pas de démonstrations de propriétés complexes, quelques démonstrations simples sont proposées en exercice. Les notions essentielles du cours sont encadrées pour que le lecteur s'y reporte aisément. Leur connaissance est indispensable pour la réalisation des exercices et pour la conception claire d'applications informatiques. Tous les points développés dans le cours sont systématiquement accompagnés d'exercices. Ils sont progressifs, ne font référence qu'aux résultats du cours et sont orientés vers les applications dans les différents champs de l'informatique. Les corrigés sont assez détaillés pour que le lecteur puisse, sans aide extérieure, acquérir les notions essentielles par la pratique.

Les cinq parties du cours sont les suivantes :

– Les *structures d'ordre* et le cas particuliers des treillis décrivent tous les