مع مشتقتيهما) تحددان قانون الذبذبة . ومن الواضح انه عند ذلك تكون السرعتان $\varphi = \varepsilon f_1(t)$, $\dot{x} = \varepsilon f_2(t)$ ايضا مقدارين صغيرين من رتبة ε في الصغر .

ولتكوين المعادلات التفاضلية للذبذبات الصغيرة للمجموعة ، يجب الاحتفاظ في المعادلتين (b) بالمقادير من رتبة ε في الصغر فقط ، اما المقادير ذات الرتبة الاعلى في الصغر فنحذفها . ولهذا الغرض نضع $\cos\varphi = 1$ في الحد $pl\ddot{\varphi}\cos\varphi$ الذي يدخل في المعادلة الاولى ، وندخل في المعادلة الثانية $\sin\varphi = \varphi$, $\cos\varphi = 1$, اما الحد $l\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi$ فنحذفه كله ، لانه له رتبة ε^3 . ونتيجة لذلك نحصل على :

$$\frac{d}{dt}[(3P+2p)\dot{x} + pl\dot{\varphi}] = 0, \quad \frac{d}{dt}\left(\dot{x} + \frac{2}{3}l\dot{\varphi}\right) + g\varphi = 0$$

ومن هنا ، وبحساب المشتقات ، نجد المعادلتين التفاضليتين التاليتين للذبذبات الصغيرة للمجموعة قيد البحث :

$$(3P+2p)\ddot{x} + pl\ddot{\varphi} = 0, \quad \ddot{x} + \frac{2}{3}l\ddot{\varphi} + g\varphi = 0 \qquad (c)$$

ونحسب $\ddot{x}$ من المعادلة الاولى ثم نعوض بقيمته في الثانية فنحصل على :

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \qquad (d)$$

حيث

$$k^2 = \frac{3(3P+2p)}{6P+p} \cdot \frac{g}{l} \qquad (e)$$

وبتكامل المعادلة (d) وتعيين ثابتي التكامل من الشروط الابتدائية للمسألة (عندما $t = 0$ يكون $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\varphi} = 0$) نجد اخيرا ان :

$$\varphi = \varphi_0 \cos kt \qquad (g)$$

والان نكامل المعادلة الاولى من (c) مع الاخذ بنظر الاعتبار ان $x = 0$, $\dot{x} = 0$, $\varphi = \varphi_0$, ($t = 0$) $\dot{\varphi} = 0$ ، فنحصل على : $(3P+2p)x + pl(\varphi - \varphi_0) = 0$.

وبالتعويض هنا عن φ بقيمتها من المعادلة (g) ، نحصل على :

$$x = \frac{p}{3P+2p} l\varphi_0 (1 - \cos kt) \qquad (h)$$

وتعين المعادلتان (g)، (h) قانون الذبذبات الصغيرة للمجموعة . وتعطى تردد هذه الذبذبات k بالمعادلة (e) .

وقد حصلنا على هذه النتيجة البسيطة نسبيا في المسألة قيد البحث نظرا لان $Q_1 = 0$ ، اما في الحالة العامة وعندما يكون $Q_1 \neq 0, Q_2 \neq 0$ ، فيتضح ان ذبذبات المجموعة التي لها درجتا حرية تكون اكثر صعوبة وتجمع من ذبذبات يترددين مختلفين k_1, k_2 .

المحتويات

ص

مقدمة ٥

تمهيد ٧

القسم الاول

استاتيكا الجسم الجاسئ

الباب الاول . البديهيات والمفاهيم الاساسية في الاستاتيكا ١٥

بند (١) – الموضوع الذي تبحثه الاستاتيكا ١٥

بند (٢) – القوة ١٧

بند (٣) – بديهيات الاستاتيكا ١٩

بند (٤) – القيود وردود افعالها ٢٤

بند (٥) – بديهية القيود ٢٨

الباب الثاني . جمع القوى . مجموعة القوى المتلاقية ٢٩

بند (٦) – الطريقة البيانية لجمع القوى . محصلة مجموعة من القوى المتلاقية ٢٩

بند (٧) – تحليل القوى ٣٢

بند (٨) – مسقط قوة على محور وعلى مستوى ٣٦

بند (٩) – الطريقة التحليلية لاعطاء القوى ٣٨

بند (١٠) – الطريقة التحليلية لجمع القوى ٣٩

بند (١١) – اتزان مجموعة من القوى المتلاقية ٤١

بند (١٢) – المجموعات المحددة استاتيكيا والمجموعات غير المحددة استاتيكيا . ٤٤

بند (١٣) – حل مسائل الاستاتيكا ٤٥

بند (١٤) – عزم القوة حول مركز (او نقطة) ٥٦

بند (١٥) – نظرية ڤارينيون حول عزم المحصلة ٥٨

بند (١٦) – معادلات العزوم للقوى المتلاقية ٦٠

الباب الثالث . مجموعات القوى المتوازية والازدواجات الواقعة في مستوى واحد ٦٢

بند (١٧) – جمع وتحليل القوى المتوازية ٦٢

بند (١٨) – الازدواج . عزم الازدواج ٦٥

بند (١٩) – تكافؤ ازدواجين ٦٧

بند (٢٠) – جمع الازدواجات الواقعة في مستوى واحد . شرط اتزان الازدواجات ٧١

الباب الرابع . مجموعة القوى الموزعة كيفما اتفق في مستوى واحد ٧٤

بند (٢١) – نظرية نقل القوة نقلا موازيا ٧٤

بند (٢٢) – نقل مجموعة قوى مستوية الى مركز معلوم ٧٦
بند (٢٣) – تحويل مجموعة من القوى المستوية الى ابسط صورة ٧٩
بند (٢٤) – شروط اتزان اية مجموعة مستوية من القوى . حالة القوى المتوازية ٨١
بند (٢٥) – حل المسائل ٨٥
بند (٢٦) – اتزان مجموعات الاجسام ٩٤
بند (٢٧) – تعيين الاجهادات الداخلية ٩٩
بند (٢٨) – القوى الموزعة ١٠٠

الباب الخامس . مبادئ الاستاتيكا البيانية ١٠٥
بند (٢٩) – مضلع القوى والمضلع الحبلى او الخيطى . تحويل مجموعة من القوى المستوية الى قوتين ١٠٥
بند (٣٠) – تعيين المحصلة بيانيا ١٠٨
بند (٣١) – تعيين الازدواج المحصل بيانيا ١٠٩
بند (٣٢) – الشروط البيانية لاتزان مجموعة مستوية من القوى ١١٠
بند (٣٣) – تعيين ردود افعال المساند ١١٠

الباب السادس . حساب الجمالونات ١١٣
بند (٣٤) – مفهوم الجمالون . حساب الجمالونات المستوية تحليليا . . . ١١٣
بند (٣٥) – الطريقة البيانية لحساب الجمالونات المستوية ١١٩
بند (٣٦) – رسم ماكسويل – كرمونا البيانى ١٢١

الباب السابع . الاحتكاك ١٢٤
بند (٣٧) – قوانين احتكاك الانزلاق ١٢٤
بند (٣٨) – ردود افعال القيود الخشنة . زاوية الاحتكاك ١٢٦
بند (٣٩) – الاتزان عند وجود احتكاك ١٢٨
بند (٤٠) – احتكاك خيط بسطح اسطوانى ١٣٢
بند (٤١) – احتكاك الدوران والتدحرج ١٣٤

الباب الثامن . مجموعات الازدواجات والقوى الموزعة توزيعا اختياريا فى الفراغ ١٣٧
بند (٤٢) – عزم القوة حول نقطة كمتجه ١٣٧
بند (٤٣) – عزم القوة حول المحور ١٤٠
بند (٤٤) – العلاقة بين عزمى القوة حول المركز وحول المحور ١٤٤
بند (٤٥) – عزم الازدواج كمتجه ١٤٥
بند (٤٦) – جمع الازدواجات فى الفراغ . شروط اتزان الازدواجات . . . ١٤٦

بند (٤٧) – نقل مجموعة من القوى الفراغية الى مركز معلوم ١٥٠
بند (٤٨) – حالة تحويل مجموعة قوى فراغية الى ابسط صورة ١٥٢
بند (٤٩) – شروط اتزان اية مجموعة قوى فراغية . حالة القوى المتوازية . . . ١٥٥
بند (٥٠) – نظرية فارينيون عن عزم المحصلة حول محور ١٥٧
بند (٥١) – مسائل على اتزان جسم واقع تحت تأثير مجموعة قوى فراغية . . ١٥٨
بند (٥٢) – شروط اتزان الجسم الجاسئ المقيد . مفهوم استقرار الاتزان . . ١٦٨

الباب التاسع . مركز الثقل ١٧١
بند (٥٣) – مركز القوى المتوازية ١٧١
بند (٥٤) – مركز ثقل جسم جاسئ ١٧٤
بند (٥٥) – احداثيات مراكز ثقل الاجسام المتجانسة ١٧٥
بند (٥٦) – طرق تعيين احداثيات مركز الثقل فى الاجسام ١٧٦
بند (٥٧) – مراكز ثقل بعض الاجسام المتجانسة ١٨٠

القسم الثانى

كينماتيكا النقطة والجسم الجاسىء

الباب العاشر . كينماتيكا النقطة ١٨٧
بند (٥٨) – مقدمة فى الكينماتيكا ١٨٧
بند (٥٩) – طرق اعطاء حركة النقطة – المسار ١٨٩
بند (٦٠) – الانتقال من طريقة الاحداثيات لاعطاء الحركة الى الطريقة الطبيعية ١٩٤
بند (٦١) – متجه سرعة النقطة ١٩٦
بند (٦٢) – متجه عجلة النقطة ١٩٨
بند (٦٣) – نظرية مساقط مشتقة المتجه ٢٠٠
بند (٦٤) – تعيين سرعة وعجلة النقطة عندما تعطى الحركة بطريقة الاحداثيات . . ٢٠١
بند (٦٥) – حل مسائل كينماتيكا النقطة ٢٠٣
بند (٦٦) – تعيين سرعة النقطة اذا عطيت الحركة بالطريقة الطبيعية ٢٠٨
بند (٦٧) – العجلة المماسية والعمودية للنقطة ٢٠٩
بند (٦٨) – بعض الحالات الخاصة لحركة النقطة ٢١٤
بند (٦٩) – تمثيل حركة وسرعة وعجلة النقطة بيانيا ٢١٨
بند (٧٠) – حل المسائل ٢١٩

بند (٧١) – السرعة فى الاحداثيات القطبية ٢٢٣
بند (٧٢) – دراسة حركة النقطة بيانيا ٢٢٥

الباب الحادى عشر . الحركة الانتقالية والدورانية للجسم الجاسئ ٢٣٠
بند (٧٣) – الحركة الانتقالية ٢٣٠
بند (٧٤) – الحركة الدورانية للجسم الجاسىء . السرعة الزاوية والعجلة الزاوية ٢٣٢
بند (٧٥) – الدوران المنتظم والدوران المنتظم التغير ٢٣٦
بند (٧٦) – سرعات وعجلات نقط الجسم الدائر ٢٣٧

الباب الثانى عشر . الحركة المستوية – المتوازية للجسم الجاسى ٢٤٣
بند (٧٧) – معادلة الحركة المستوية المتوازية ، تحليل الحركة الى حركة انتقالية ودورانية ٢٤٣
بند (٧٨) – تعيين مسارات نقط الجسم ٢٤٦
بند (٧٩) – تعيين سرعات نقط الجسم ٢٤٧
بند (٨٠) – نظرية المساقط لسرعتى نقطتين فى جسم واحد ٢٥٠
بند (٨١) – تعيين سرعات نقط الجسم بواسطة المركز اللحظى للسرعات . مفهوم المرتكزين (المنحنيين القطبيين) ٢٥٠
بند (٨٢) – حل المسائل ٢٥٧
بند (٨٣) – الشكل البيانى للسرعات ٢٦١
بند (٨٤) – تعيين عجلات نقط الجسم ٢٦٤
بند (٨٥) – المركز اللحظى للعجلات ٢٧٣

الباب الثالث عشر . حركة جسم جاسئ ذى نقطة ثابتة ، وحركة الجسم الجاسئ الحر ٢٧٧
بند (٨٦) – حركة جسم جاسئ ذى نقطة ثابتة ٢٧٧
بند (٨٧) – سرعات وعجلات نقط الجسم ٢٨٠
بند (٨٨) – الحالة العامة لحركة الجسم الجاسئ الحر ٢٨٣

الباب الرابع عشر . الحركة المركبة للنقطة ٢٨٦
بند (٨٩) – الحركة النسبية والمكتسبة والمطلقة ٢٨٦
بند (٩٠) – جمع السرعات ٢٨٨
بند (٩١) – جمع العجلات ، نظرية كوريوليس ٢٩٣
بند (٩٢) – حل المسائل ٢٩٩

الباب الخامس عشر . الحركة المركبة للجسم الجاسئ ٣٠٨
بند (٩٣) – جمع الحركة الانتقالية ٣٠٨
بند (٩٤) – جمع الحركة الدورانية حول محورين متوازيين ٣٠٨
بند (٩٥) – مجموعة المسننات الاسطوانية (التروس) ٣١٢
بند (٩٦) – جمع الدورانات حول المحاور المتقاطعة ٣١٧
بند (٩٧) – جمع الحركتين الانتقالية والدورانية . الحركة اللولبية . . ٣١٩

القسم الثالث

ديناميكا النقطة

الباب السادس عشر . المدخل الى الديناميكا . قوانين الديناميكا ٣٢٥
بند (٩٨) – المفاهيم والتعريفات الاساسية ٣٢٥
بند (٩٩) – قوانين الديناميكا ٣٢٧
بند (١٠٠) – وحدات القياس ٣٣٠
بند (١٠١) – مسائل الديناميكا للنقطة المادية الحرة والمقيدة ٣٣١
بند (١٠٢) – حل المسألة الاولى فى الديناميكا (تعيين القوى بمعرفة قانون الحركة) ٣٣٢

الباب السابع عشر . المعادلات التفاضلية لحركة النقطة وتكاملها ٣٣٦
بند (١٠٣) – حركة النقطة فى خط مستقيم ٣٣٦
بند (١٠٤) – حل المسائل ٣٤٠
بند (١٠٥) – سقوط جسم فى وسط مقاوم (فى الهواء) ٣٤٧
بند (١٠٦) – حركة النقطة فى خط منحن ٣٥١
بند (١٠٧) – حركة نقطة مقذوفة فى اتجاه يميل بزاوية على الافقى فى مجال الجاذبية المتجانس (المقذوفات) ٣٥٢

الباب الثامن عشر . النظريات العامة لديناميكا النقطة ٣٥٦
بند (١٠٨) – كمية حركة النقطة وطاقة حركتها ٣٥٦
بند (١٠٩) – دفع القوة ٣٥٧
بند (١١٠) – نظرية تغير كمية حركة النقطة ٤٥٩
بند (١١١) – شغل القوة . القدرة ٣٦٠
بند (١١٢) – امثلة على حساب الشغل ٣٦٥

بند (١١٣) – نظرية تغير طاقة حركة النقطة ٣٦٩
بند (١١٤) – حل المسائل ٣٧١
بند (١١٥) – نظرية التغير فى عزم كمية حركة النقطة (نظرية العزوم) . . . ٣٧٩
بند (١١٦) – الحركة تحت تأثير القوة المركزية . قانون المساحات . . . ٣٨٢

الباب التاسع عشر . الحركة المقيدة للنقطة ٣٨٥
بند (١١٧) – معادلات حركة النقطة على منحنى ثابت معلوم ٣٨٥
بند (١١٨) – تعيين ردود افعال القيود ٣٨٨

الباب العشرون . الحركة النسبية للنقطة ٣٩٢
بند (١١٩) – معادلات الحركة والسكون النسبيين للنقطة ٣٩٢
بند (١٢٠) – تأثير دوران الارض على اتزان وحركة الاجسام ٣٩٦
بند (١٢١) – انحراف النقطة المادية الساقطة عن الرأسى نتيجة لدوران الارض . ٤٠٠

الباب الحادى والعشرون . الحركة الذبذبية للنقطة فى خط مستقيم ٤٠٤
بند (١٢٢) – الذبذبات الحرة بدون حساب قوى المقاومة ٤٠٤
بند (١٢٣) – الذبذبات الحرة مع وجود مقاومة تتناسب مع السرعة (الذبذبات المخمدة) ٤١١
بند (١٢٤) – الذبذبات القسرية . الرنين ٤١٥

الباب الثانى والعشرون . حركة جسم فى مجال الجاذبية الارضية ٤٢٧
بند (١٢٥) – حركة نقطة مادية مقذوفة فى اتجاه يميل بزاوية على الافقى فى مجال الجاذبية الارضية ٤٢٧
بند (١٢٦) – الاقمار الصناعية . المسارات الاهليلجية ٤٣٢

القسم الرابع

ديناميكا المجموعة والجسم الجاسىء

الباب الثالث والعشرون . مقدمة فى ديناميكا المجموعة . عزوم القصور الذاتى للجسم الجاسىء ٤٤١
بند (١٢٧) – المجموعة الميكانيكية . القوى الخارجية والداخلية ٤٤١
بند (١٢٨) – كتلة المجموعة . مركز الكتل ٤٤٣
بند (١٢٩) – عزم القصور الذاتى للجسم حول المحور . نصف قطر القصور الذاتى ٤٤٤
بند (١٣٠) – عزوم القصور الذاتى لجسم حول محاور متوازية . نظرية هيوجنس ٤٤٩

بند (١٣١) – حاصل ضرب القصور الذاتى (عزم القصور الطارد المركزى) . المحاور الرئيسية للقصور الذاتى للجسم ٤٥١

الباب الرابع والعشرون

نظرية حركة مركز كتل المجموعة

بند (١٣٢) – المعادلات التفاضلية لحركة المجموعة ٤٥٧
بند (١٣٣) – نظرية حركة مركز الكتل ٤٥٨
بند (١٣٤) – قانون حفظ حركة مركز الكتل ٤٥٩
بند (١٣٥) – حل المسائل ٤٦٢

الباب الخامس والعشرون . نظرية التغير فى كمية حركة المجموعة ٤٦٧
بند (١٣٦) – كمية حركة المجموعة ٤٦٧
بند (١٣٧) – نظرية التغير فى كمية الحركة ٤٦٨
بند (١٣٨) – قانون حفظ كمية الحركة ٤٧٠
بند (١٣٩) – حل المسائل ٤٧٢
بند (١٤٠) – الجسم ذو الكتلة المتغيرة . حركة الصاروخ ٤٧٥

الباب السادس والعشرون . نظرية التغير فى عزم كمية حركة المجموعة ٤٨٠
بند (١٤١) – العزم الرئيسى لكمية حركة المجموعة ٤٨٠
بند (١٤٢) – نظرية التغير فى العزم الرئيسى لكمية حركة المجموعة (نظرية العزوم) ٤٨٢
بند (١٤٣) – قانون حفظ العزم الرئيسى لكمية الحركة ٤٨٦
بند (١٤٤) – حل المسائل ٤٨٩

الباب السابع والعشرون . نظرية التغير فى طاقة حركة المجموعة ٤٩٣
بند (١٤٥) – طاقة حركة المجموعة ٤٩٣
بند (١٤٦) – بعض حالات حساب الشغل ٤٩٨
بند (١٤٧) – نظرية التغير فى طاقة حركة المجموعة ٥٠١
بند (١٤٨) – حل المسائل ٥٠٥
بند (١٤٩) – مجال القوى المحافظ ، دالة القوى ٥١٢
بند (١٥٠) – طاقة الوضع ٥١٨
بند (١٥١) – قانون حفظ الطاقة الميكانيكية ٥١٩

الباب الثامن والعشرون . تطبيق النظريات العامة على ديناميكا الجسم الجاسىء ٥٢١
بند (١٥٢) – الحركة الدورانية للجسم الجاسىء ٥٢١
بند (١٥٣) – البندول المركب (او الفيزيائى) ٥٢٥

بند (١٥٤) – الحركة المستوية المتوازية للجسم الجاسئ ٥٢٩
بند (١٥٥) – النظرية التقريبية للظواهر الجيروسكوبية ٥٣٨

الباب التاسع والعشرون . تطبيق النظريات العامة فى نظرية الصدمة (التصادم) ٥٤٦
بند (١٥٦) – المعادلات الاساسية لنظرية الصدمة ٥٤٦
بند (١٥٧) – النظريات العامة فى نظرية الصدمة ٥٤٨
بند (١٥٨) – معامل الارتداد عند الصدمة ٥٥٠
بند (١٥٩) – اصطدام جسم بحاجز ثابت ٥٥٢
بند (١٦٠) – الاصطدام المركزى المباشر بين جسمين (تصادم كرتين) . . ٥٥٤
بند (١٦١) – طاقة الحركة المفقودة عند التصادم غير المرن لجسمين . نظرية كارنو ٥٥٧
بند (١٦٢) – اصطدام جسم دائر ٥٦٠

الباب الثلاثون . مبدأ دالمبرت . الضغوط على محور جسم دائر ٥٦٥
بند (١٦٣) – مبدأ دالمبرت ٥٦٥
بند (١٦٤) – المتجه الرئيسى والعزم الرئيسى لقوى القصور الذاتى للجسم الجاسئ ٥٦٨
بند (١٦٥) – حل المسائل ٥٧٠
بند (١٦٦) – ردود الافعال الديناميكية المؤثرة على محور جسم دائر . التوازن الديناميكى للكتل ٥٧٧

الباب الواحد والثلاثون . مبدأ الشغل الافتراضى والمعادلة العامة للديناميكا ٥٨٥
بند (١٦٧) – الازاحات الافتراضية للمجموعة . عدد درجات الحرية (او الانطلاق) ٥٨٥
بند (١٦٨) – مبدأ الشغل الافتراضى (مبدأ الازاحات الممكنة) ٥٨٧
بند (١٦٩) – حل المسائل ٥٨٩
بند (١٧٠) – المعادلة العامة للديناميكا ٥٩٦

الباب الثانى والثلاثون . شروط الاتزان ومعادلات حركة المجموعة فى الاحداثيات المعممة . . ٦٠٢
بند (١٧١) – الاحداثيات والسرعات المعممة ٦٠٢
بند (١٧٢) – القوى المعممة ٦٠٥
بند (١٧٣) – شروط اتزان المجموعة فى الاحداثيات المعممة ٦١١
بند (١٧٤) – معادلات لاجرانج ٦١٢
بند (١٧٥) – حل المسائل ٦١٧